

## **ALGORITMA GENETIKA UNTUK PENYELESAIAN MASALAH VEHICLE ROUTING**

**Sarwadi dan Anjar KSW**

Jurusan Matematika Universitas Diponegoro  
Semarang

### **Abstrak**

Masalah vehicle routing (VRP) merupakan suatu permasalahan penting yang terdapat pada sistem transportasi yang bertujuan meminimalkan total jarak tempuh supaya biaya pengoperasian kendaraan minimal. Masalah vehicle routing termasuk ke dalam kelas NP-hard yang pada umumnya menggunakan pendekatan heuristik untuk mencari solusinya. Algoritma genetika merupakan salah satu metode heuristik yang analog dengan proses evolusi alam dengan tahap seleksi, crossover dan mutasi. Pada tulisan ini simulasi dilakukan dengan mencari solusi dari beberapa kasus VRP dengan jumlah titik  $N = 10$  sampai dengan  $N = 100$ . Selanjutnya solusi dari kasus tersebut dibandingkan dengan hasil yang diperoleh dengan menggunakan Metode Saving. Hasil perbandingan memperlihatkan bahwa solusi yang dihasilkan algoritma genetika mempunyai kualitas lebih baik untuk jumlah titik yang kecil.

**Keywords :** genetic algorithm, heuristic, vehicle routing.

### **1. PENDAHULUAN**

Masalah pengoperasian dan perencanaan yang berhubungan dengan pendistribusian barang cukup kompleks disebabkan oleh variasi elemen-elemennya seperti jangkauan area, biaya pengangkutan dan waktu yang diperlukan untuk pengangkutan. Permasalahan pendistribusian barang tersebut bertujuan meminimalkan beberapa sasaran pendistribusian dengan mengambil asumsi untuk semua rute, kendaraan harus berangkat dan kembali pada pusat fasilitas. (Christofides, 1979)

Masalah vehicle routing (VRP) telah diakui sebagai salah satu pengalaman tersukses dalam riset operasi dan telah dipelajari secara meluas sejak akhir tahun 50-an. Tipe masalah vehicle routing dapat digambarkan sebagai suatu kasus dengan tujuan mencari rute terpendek dari suatu depot menuju sekumpulan titik-titik yang tersebar secara geografis (misal kota, toko, sekolah, dll). (Bräysy, 2001).

Masalah vehicle routing termasuk dalam kelas NP-hard problem dalam combinatorial optimization, sehingga sulit diselesaikan dengan metode eksak yang berlaku secara umum. Pada umumnya solusi masalah vehicle routing diperoleh

dengan metode heuristik, diantaranya menggunakan Metode Saving Algoritma Sweep (*Christofides, Mingozzi and Toth, 1979*), (*Foulds, 1984*) dan Algoritma Genetika. Tulisan ini membahas tentang algoritma genetika untuk mencari solusi pada masalah vehicle routing. Algoritma genetika merupakan metode heuristik yang berdasarkan pada mekanisme seleksi alam dan proses evolusi alam. (*Goldberg, 1989*)

## 2. MASALAH VEHICLE ROUTING (VRP)

Andaikan ada satu jenis komoditi ditempatkan di sebuah depot ( $i = 0$ ) dengan  $K$  kendaraan (vehicle) yang berpangkalan di depot tersebut yang mempunyai kapasitas sama yaitu  $W$ . Andaikan ada  $N$  pelanggan (customer) dinyatakan dengan  $i = 1, 2, 3, \dots, N$  dengan masing-masing permintaan sebesar  $d_i$ ,  $1 \leq i \leq N$ , jarak antara dua lokasi  $i$  dan  $j$  diketahui sebesar  $c_{ij}$ ,  $0 \leq i \neq j \leq N$ , jarak tempuh maksimum yang diijinkan adalah  $T$ . Masalah utama dalam masalah vehicle routing ini adalah bagaimana menentukan rute untuk  $K$  kendaraan tersebut sedemikian sehingga setiap pelanggan terlayani oleh tepat satu kendaraan, permintaan terpenuhi, muatan sepanjang rute tidak melampaui kapasitas  $W$ , panjang rute dari depot keliling kembali ke depot lagi tidak melampaui  $T$  dan akhirnya jumlah total panjang rute seluruh  $K$  kendaraan minimum. (*Sarwadi, 1995*)

Formulasi masalah vehicle routing adalah sebagai berikut :

$$\min \quad z = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \left( c_{ij} \sum_{k=1}^K x_{ijk} \right) \quad (1)$$

dengan kendala :

$$\sum_{i=0}^N \sum_{k=1}^K x_{ijk} = 1 \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

$$\sum_{i=0}^N x_{ilk} - \sum_{j=0}^N x_{ljk} = 0 \quad \begin{matrix} k = 1, 2, \dots, K \\ l = 0, 1, \dots, N \end{matrix} \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^N x_{0,jk} = 1 \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^N \left( d_i \sum_{j=0}^N x_{ijk} \right) \leq W \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (5)$$

$$\sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N c_{ij} \cdot x_{ijk} \leq T \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (6)$$

$$y_i - y_j + N \sum_{k=1}^K x_{ijk} \leq N - 1 \quad i \neq j = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{bila kendaraan } k \text{ melayani } j \text{ setelah} \\ & \text{melayani } i \\ 0, & \text{bila tidak demikian} \end{cases} \quad (8)$$

### 3. ALGORITMA GENETIKA UNTUK MASALAH VEHICLE ROUTING

Ide dasar dari algoritma genetika adalah proses evolusi. Algoritma genetika mengikuti prosedur/tahap-tahap yang menyerupai proses evolusi, yaitu adanya proses seleksi, crossover dan mutasi.

Representasi data yang digunakan pada algoritma genetika untuk masalah vehicle routing adalah representasi bilangan bulat (integer). Data disajikan dalam bentuk rangkaian barisan bilangan bulat, dimana dalam satu rangkaian merepresentasikan individu yang dikenal dengan sebutan kromosom. Kromosom terdiri dari kumpulan gen yang berupa bilangan bulat. Gen dalam kromosom tersebut merepresentasikan customer yang dikunjungi dan posisi gen merepresentasikan posisi kunjungan, sehingga kromosom tersebut merepresentasikan rute perjalanan yang ditempuh kendaraan.

Proses pada algoritma genetika diawali dengan proses pembentukan populasi awal. Populasi awal terdiri dari kumpulan kromosom yang dibentuk dengan menggunakan algoritma Greedy. Jumlah kromosom pada populasi awal dibatasi sejumlah titik yang dikunjungi. Tahap selanjutnya analog pada proses evolusi alam yaitu seleksi, crossover dan mutasi.

### Seleksi

Kriteria yang digunakan pada proses seleksi ini adalah kriteria fungsi fitness. Masing-masing rute pada populasi awal dihitung jarak, nilai fitness, probabilitas fitness dan probabilitas kumulatif fitnessnya. Tahap-tahap perhitungan fitnessnya adalah sebagai berikut:

1. Mencari jarak tempuh tiap rute ( $z_i$ ).
2. Mencari total jarak dari seluruh rute  $\left( \sum_{i=1}^N z_i \right)$ .
3. Mencari nilai fitness tiap rute ( $f_i$ )

$$f_i = \frac{\sum_{i=1}^N z_i}{z_i}$$

4. Mencari total fitness  $\left( \sum_{i=1}^N f_i \right)$ .
5. Mencari probabilitas fitness tiap rute ( $p_i$ ).

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^N f_i}$$

6. Mencari probabilitas kumulatif tiap rute ( $q_i$ ).

$$q_i = \sum_{k=1}^i p_k$$

Selanjutnya pemilihan sebuah rute yang menghasilkan populasi berikutnya dilakukan dengan cara mengambil N buah bilangan random  $r$  dengan  $0 < r < 1$  dan membandingkan bilangan random tersebut dengan probabilitas kumulatif fitness tiap rute.

### Crossover

Rute yang terpilih pada proses seleksi beberapa diantaranya akan dipilih untuk dilibatkan dalam proses crossover. Pemilihan dilakukan dengan membandingkan bilangan random  $r$  dengan nilai probabilitas crossover ( $p_c$ ) yang telah ditetapkan sebelumnya. Kemungkinan rute yang terlibat dalam proses

crossover sebanyak  $p_c$  \*jumlah populasi. Proses crossover yang digunakan pada pembahasan ini adalah order crossover (OX), dengan tahapan sebagai berikut :

Diberikan parent dengan urutan kromosom  $I_1 = (123|4567|89)$  dan  $I_2 = (452|1876|93)$ . Offspringnya dihasilkan dengan cara sebagai berikut :

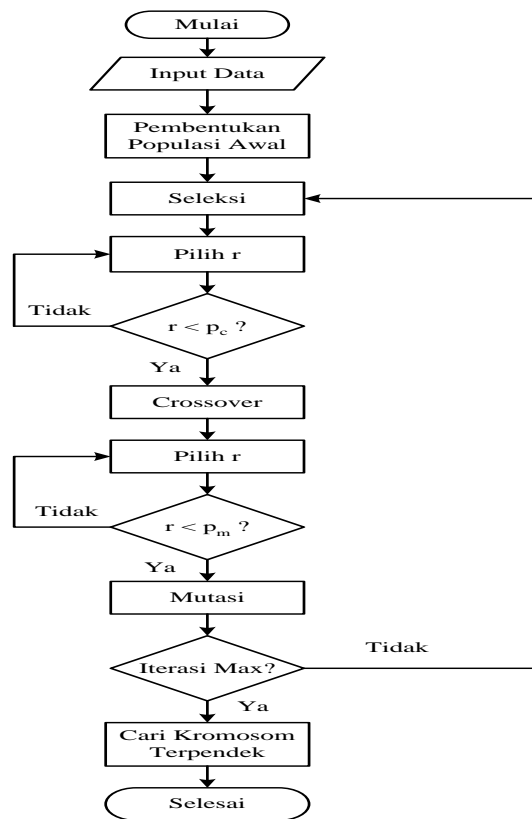
- Susunan rute antara cut point pada parent dikopikan pada masing-masing offspring, dihasilkan  $o_1 = (xxx|4567|xx)$  dan  $o_2 = (xxx|1876|xx)$ .
- Diawali dari gen setelah cut point kedua dari  $I_2$ , diurutkan ke depan dengan urutan 9-3-4-5-2-1-8-7-6.
- Hapus gen-gen yang sudah tercantum pada  $o_1$ , yaitu 4-5-6-7 sehingga gen-gen yang tersisa adalah 9-3-2-1-8.
- Barisan gen yang tersisa selanjutnya ditempatkan pada tempat kosong  $o_1$ , dimulai dari posisi setelah cut point kedua, sehingga susunan gen pada  $o_1$  adalah  $o_1 = (218456793)$ .
- Untuk menghasilkan  $o_2$  digunakan cara yang analog dengan cara pada  $o_1$ , sehingga diperoleh  $o_2 = (345187692)$ .

### **Mutasi**

List populasi baru yang hasil dari proses crossover dipilih secara acak untuk dilibatkan dalam proses mutasi. Pemilihan gen tersebut dilakukan dengan membandingkan bilangan random  $r$  dengan nilai probabilitas mutasi ( $p_m$ ) yang telah ditetapkan sebelumnya. Pada pembahasan ini metode yang digunakan untuk proses mutasi adalah insertion mutation, dengan tahapan sebagai berikut :

Sebuah titik dalam rute diambil secara random dan menyisipkannya kembali dalam posisi random yang baru. Misal rute  $(12345|6|789)$ , titik 6 akan disisipkan secara acak dalam rute tersebut sehingga diperoleh rute  $(12|6|345789)$ .

Proses seleksi, crossover dan mutasi terus diulang hingga dihasilkan solusi mendekati optimum. Secara umum tahap-tahap algoritma genetika untuk penyelesaian masalah vehicle routing terlihat pada flow chart berikut,



Flow Chart Algoritma Genetika Untuk VRP

#### 4. HASIL PERHITUNGAN DAN PEMBAHASAN

Untuk lebih memahami pemakaian algoritma genetika dalam mencari solusi masalah vehicle routing, dilakukan simulasi pada beberapa kasus dengan jumlah titik yang bervariasi. Kasus-kasus tersebut juga dihitung dengan menggunakan metode saving. Metode saving dikembangkan oleh Clarke dan Wright (Foulds, 1984). Penentuan rute berdasarkan pada nilai saving pasangan titik yang dituju. Nilai saving dari tiap pasang titik dihitung dengan rumus :

$$s(i, j) = c_{0i} + c_{0j} - c_{ij}, \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, N \\ j = 1, 2, \dots, N \end{matrix} \quad (9)$$

dimana :  $c_{0i}$  : jarak depot ke titik  $i$

$c_{0j}$  : jarak depot ke titik  $j$

$c_{ij}$  : jarak antara titik  $i$  dan titik  $j$

$c_{ij} = c_{ji}, i \neq j$

Hasil perhitungan dan perbandingan dari simulasi dapat dilihat pada tabel berikut.

**Tabel solusi beberapa contoh kasus VRP**

N	W	T	$p_c$	$p_m$	Fungsi Objektif (Algen)	Durasi (detik)	Jml Rute	Fungsi objektif (saving)	Durasi (detik)	Jml Rute
10	60	80	0,2	0,2	119,385*	0,61	3	124,868	0,06	3
15	80	130	0,2	0,3	230,592*	2,90	4	238,232	0,11	4
20	100	150	0,5	0,5	259,493*	14,23	4	309,362	0,10	5
25	100	150	0,4	0,5	289,655*	32,73	5	346,165	0,17	6
30	100	150	0,1	0,5	337,665*	63,11	6	373,604	0,17	6
35	120	180	0,3	0,7	383,380*	127,76	6	418,071	0,28	6
40	120	180	0,1	0,4	469,563*	125,78	7	507,670	0,33	7
45	140	180	0,2	0,6	460,005*	292,75	6	500,178	0,61	6
50	140	180	0,1	0,6	499,204*	445,70	7	533,971	0,55	7
55	160	200	0,3	0,6	529,416*	655,16	6	613,935	0,71	7
60	160	200	0,2	0,4	593,008*	602,75	7	657,680	0,99	7
65	180	220	0,1	0,3	627,879*	668,22	7	685,710	1,04	7
70	180	220	0,1	0,7	696,934*	2227,12	7	811,041	1,32	8
75	200	240	0,2	0,6	713,491*	2376,13	7	727,748	1,37	7
80	200	240	0,2	0,7	798,216	3805,68	8	795,144*	1,59	8
85	200	240	0,1	0,5	795,267*	3424,83	8	828,802	1,70	8
90	200	240	0,1	0,6	882,128	3657,20	9	847,736*	2,26	9
95	200	240	0,1	0,6	975,229	8224,54	9	903,044*	2,36	9
100	200	240	0,1	0,5	1001,256	7341,57	10	962,293*	2,91	10

**Keterangan tabel :**

N : menyatakan jumlah kota pada tiap kasus permasalahan.

W : menyatakan kapasitas maksimum (unit) pada tiap kendaraan.

T	: menyatakan jarak tempuh maksimal kendaraan yang diijinkan
$P_c$	: menyatakan probabilitas crossover.
$P_m$	: menyatakan probabilitas mutasi.
fs objektif	: menyatakan total jarak minimal yang ditempuh oleh semua kendaraan yang ditugaskan (satuan mil).
Durasi	: waktu yang diperlukan untuk proses perhitungan tiap kasus (detik)
*	: Solusi yang lebih baik

Nilai-nilai  $p_c$  dan  $p_m$  yang tercantum pada masing-masing kasus, merupakan nilai-nilai  $p_c$  dan  $p_m$  yang menghasilkan nilai fungsi objektif terkecil. Tidak ada suatu ketentuan untuk nilai  $p_c$  maupun  $p_m$  yang digunakan untuk memperoleh solusi mendekati optimal pada masalah vehicle routing. Kasus yang satu dengan yang lain mempunyai nilai  $p_c$  dan  $p_m$  yang berbeda untuk memperoleh hasil mendekati optimal. Solusi mendekati optimal tersebut diperoleh dengan melakukan beberapa kali perhitungan yang melibatkan beberapa nilai  $p_c$  dan  $p_m$ .

Perbandingan nilai fungsi objektif pada tabel di atas memperlihatkan bahwa solusi yang dihasilkan algoritma genetika pada jumlah titik  $N = 10$  sampai  $N = 85$  lebih mendekati optimal daripada solusi metode saving, namun untuk titik  $N = 90$  sampai  $N = 100$  solusi dari metode saving lebih mendekati optimal. Hal ini disebabkan proses perhitungan algoritma genetika dilakukan lebih dari satu kali iterasi (tiap kasus 10 kali iterasi) sehingga memberikan peluang lebih besar untuk mendapatkan solusi mendekati optimal. Untuk jumlah titik yang besar (lebih dari 85 titik) diperlukan iterasi lebih dari 10 kali untuk memperoleh hasil mendekati optimal.



## **5. KESIMPULAN**

Dari pembahasan yang telah diuraikan sebelumnya, dapat diambil suatu kesimpulan sebagai berikut :

1. Algoritma genetika dapat memberikan solusi mendekati optimal bagi masalah vehicle routing problem.
2. Pencarian solusi mendekati optimal dilakukan dengan melakukan beberapa kali percobaan yang melibatkan beberapa nilai probabilitas crossover ( $p_c$ ) dan nilai probabilitas mutasi ( $p_m$ ).
3. Pada umumnya, solusi mendekati optimum diperoleh pada nilai  $p_c$  antara 0,1 sampai dengan 0,5 dan nilai  $p_m$  antara 0,2 sampai dengan 0,7.
4. Secara umum, untuk jumlah titik yang kecil solusi yang dihasilkan algoritma genetika mempunyai kualitas lebih baik bila dibandingkan dengan metode saving.
5. Durasi waktu proses perhitungan pada algoritma genetika kurang efisien dibandingkan durasi waktu proses perhitungan pada metode saving.

## **DAFTAR PUSTAKA**

- Asiastuti, Afrikani., *Penyelesaian Masalah Perjalanan Salesman dengan Algoritma Genetika*. Skripsi FMIPA-Undip, Semarang, 2003.
- Bräysy, Olli., *Genetic Algorithms for The Vehicle Routing Problem with Time Windows*. <http://neo.lcc.uma.es/radi-aeb/webVRP/index.html?links.html>, 2001.
- Christofides, N., Mingozzi, A., Toth, P., *Combinatorial Optimization*. John Willey and Sons, New York, 1979.
- Foulds, L.R., *Combinatorial Optimization for Undergraduates*. Springer-Verlag, New York, 1984.

Goldberg, D.E., *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc, 1989.

Heaton, Jeff. *Understanding Genetic Algorithm*.

[www.jeffheaton.com/ai/javaneural/ch8.shtml-80k](http://www.jeffheaton.com/ai/javaneural/ch8.shtml-80k)

Michalewicz, Zbigniew., *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. Springer-Verlag, New York, 1992.

Sarwadi., *Penyelesaian Heuristik pada Masalah Vehicle Routing Klasik*. Majalah Ilmiah FMIPA-Undip. ISSN:0854-0675, Semarang, 1995.

Wilujeng, Anjar KS., *Algoritma Genetika Untuk Penyelesaian Masalah Vehicle Routing*. Skripsi FMIPA-Undip, Semarang, 2004.